

Der Weihnachtsmann im Bücherchaos

Wie in jedem Jahr hat der Weihnachtsmann wieder unzählige Wunschzettel erhalten. Darunter auch die Zettel von Arthur und Trillia. Die Drei wünschen sich dieses Jahr jeweils ein Buch. Um auch garantiert das korrekte Buch geschenkt zu bekommen haben sie einfach die ISBN (internationale Standardbuchnummer) für den Weihnachtsmann aufgeschrieben. Unglücklicherweise sind ihnen beim Aufschreiben der Nummern einige Fehler unterlaufen.

Allerdings enthält die ISBN eine Prüfziffer, die es dem Weihnachtsmann ermöglicht das richtige Buch zu finden, obwohl eine Ziffer der Nummer falsch ist. Die Prüfziffer ist die letzte Ziffer der ISBN und lässt sich wie folgt berechnen: Man muss alle Ziffern auf eine bestimmte Weise addieren. Jede zweite Ziffer wird mit 3 multipliziert und anschließend addiert. Alle anderen werden einfach so addiert. Von 10 subtrahiert man die letzte Ziffer der resultierenden großen Zahl und erhält so die Prüfziffer. Die Berechnung der Prüfziffer für die ISBN 978078813644 ist zur Verdeutlichung im folgenden Bild gezeigt.

$$\begin{array}{cccccccccccc}
 9 & & 7 & & 8 & & 0 & & 7 & & 8 & & 5 & & 1 & & 2 & & 6 & & 4 & & 4 \\
 \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow \\
 9 & + & 3 \cdot 7 & + & 8 & + & 3 \cdot 0 & + & 7 & + & 3 \cdot 8 & + & 5 & + & 3 \cdot 1 & + & 2 & + & 3 \cdot 6 & + & 4 & + & 3 \cdot 4 & = & 113 \\
 & & & & & & & & & & & & & & & & & & & & & & & & & \downarrow \\
 & & & & & & & & & & & & & & & & & & & & & & & & & 10 - 3 = \boxed{7}
 \end{array}$$

Die Prüfziffer lautet also 7 und die vollständige ISBN ist somit 9780788136447.

Klasse 5-6

Arthur hat sehr unleserlich geschrieben. Der Weihnachtsmann kann gerade noch so die folgende Nummer erkennen:

$$97834535x0167$$

Die Ziffer, die durch das x ersetzt wurde ist also verloren.

Kannst du dem Weihnachtsmann beim Ermitteln der ISBN helfen indem ihr die Prüfziffer benutzt? Sie lautet in diesem Fall 2 (letzte Ziffer). Damit lässt sich die fehlende Ziffer berechnen. Welches Buch wünscht sich Arthur?

Klasse 7-9

Auf dem Wunschzettel von Trillia hat sich in den letzten 4 Ziffern ein Zahlendreher eingeschlichen. Auch hier hilft die Prüfziffer dem Weihnachtsmann das richtige Buch herauszufinden. Die ISBN auf dem Wunschzettel lautet:

$$9783453146893$$

Dort muss sich allerdings aufgrund der falschen Prüfziffer ein Zahlendreher eingeschlichen haben. Welche beiden Ziffern müssen getauscht werden, damit die Prüfziffer gültig ist? Welches Buch wünscht sich also Trillia?

Klasse 10-12

Die Art und Weise, wie die Prüfziffer berechnet wird ermöglicht es eine fehlende Zahl (wie in der ersten Aufgabe) zu korrigieren. Die Vertauschung von zwei aufeinander folgenden Zahlen (zweite Aufgabe) kann in fast allen Fällen verbessert werden. Ausnahmen sind:

$$0 \leftrightarrow 5, 1 \leftrightarrow 6, 2 \leftrightarrow 7, 3 \leftrightarrow 8, 4 \leftrightarrow 9$$

Um dieses Problem zu lösen schlägt eines der Rentiere vor, die ISBN Prüfziffer auf die folgende Weise zu berechnen: Die Zahlen die bei der ISBN einfach addiert werden sollten mit 2 multipliziert werden. Das löst in der Tat das Problem, dass man die oben genannten Vertauschungen nicht bemerkt. Aber kann man jetzt noch jede fehlende Zahl aus der ISBN eindeutig zurückgewinnen? Probiere aus, ob man bei einer fehlenden Zahl zwischen den oben genannten unterscheiden könnte!

Begründete Ergebnisse mit Lösungsweg bitte bis Ende des Monats bei Frau Rust (Ru) abgeben oder in das Fach legen lassen. Nicht vergessen, den Namen, die Klasse/den Kurs und die Mathematiklehrkraft auf dem Lösungszettel mit anzugeben. Viel Erfolg!