Sichern und Vernetzen – Vermischte Aufgaben

Lösungen zu Kapitel 1

40 **1** *Zauberquadrate*

a)

7	–4	–3	10
2	***5***	***4***	***–1***
6	1	***0***	3
–5	***8***	***9***	–2

b)

7	***–4***	***0***	–5
–6	***1***	–3	–1
–7	2	–2	***5***
4	***–1***	3	–8

2 *Training Addieren – Subtrahieren*

a) –100 b) 10 c) 130 d) 2400 e) –50 f) –22

3 *Mehrere Faktoren*

a) 120 b) 432 c) –700 d) –120 e) –480 f) 10 000

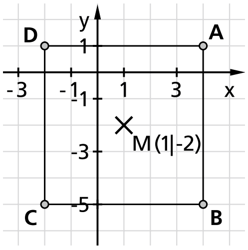
4 *Lücken füllen*

a) –2 b) 9 c) –36 d) 8 e) 125 f) –186

5 *Gefährliche Mischung*

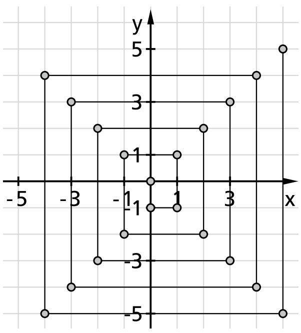
a) 4 b) 0 c) –51 d) 21 e) –7 f) 24 g) –21 h) 5

6 *Geometrie mit Koordinaten*



a, b) Der Punkt D(–2I1) ergänzt A, B und C zu einem Quadrat.
c) Der Punkt M(1I–2) ist Mittelpunkt des Quadrates.

7 *Ein Muster im Koordinatensystem*



Über die Eckpunkte I(–2I2), J(–2I–3), K(3I–3), L(3I3), M(–3I3), N(–3I–4), … setzt sich die Schnecke fort.
Für die folgenden Punkte gilt: Die x-Koordinate wird nach folgendem Muster gebildet +4, +4, –4, –4, +5, +5, …, und die zugehörigen y-Koordinaten werden nach einem ähnlichen Muster gebildet –4, +4, +4, –5, –5, +5, … Die so gewonnenen Punkte sind O(4I–4), P(4I4), Q(–4I4),R(–4I–5), S(5I–5), T(5I5), usw.

41 **8** *Großer Aufwand?*

Wenn man so addiert:
–49 + 49 – 48 + 48 – 47 + 47 … – 1 + 1 = 0, dann erkennt man sofort, dass das Ergebnis der Aufgabe 0 ist.

41

9 *Wurde hier richtig gerechnet?*

a) Richtig Kommutativgesetz der Addition
b) Richtig Kommutativgesetz der Addition
c) Falsch Kommutativgesetz gilt nicht für Subtraktion
d) Richtig Assoziativgesetz der Multiplikation
e) Falsch Assoziativgesetz gilt nicht bei Division
f) Falsch In der geklammerten Summe kann man zwar das Kommutativgesetz der Addition anwenden, dabei darf man aber nicht, wie hier geschehen, das Vorzeichen der Zahl 5 ändern.

10 *Zahlentrick*

a) Das Ergebnis ist jedes Mal 0.
b) Der Trick klappt auch mit jeder positiven Zahl.

11 *Andere Bücher – andere Regeln*

a) Beispiele zu PLUS I: (1) $+2 + 9 = +(2 + 9) = 11$
(2) $-2 + (-9) = -(2 + 9) = -11$
Beispiele zu PLUS II: (1) $+2 + (-9) = -(9 - 2) = -7$
(2) $-2 + 9 = +(9 - 2) = 7$
Beispiel zu MINUS I: (1) $5 - 4 = 5 + (-4)$
b) Es gibt nur eine Regel für das Subtrahieren, weil das Subtrahieren zweier negativer Zahlen dem Addieren zweier ganzer Zahlen mit gleichem Vorzeichen entspricht.

12 *Schiffswracks*

a) Die Bismarck liegt 910 m tiefer als die Titanic.
b) Von der Titanic (Bismarck) müsste man 13 (15) Eiffeltürme stapeln, der letzte würde 296 (30) m aus dem Meer ragen.

13 *Extreme Temperaturänderung*

Der Temperaturanstieg betrug in Spearfish 27 °C, in Tummel Bridge waren es 29 °C.

Lösungen zu Kapitel 2

65

1 *Ein seltsamer Würfel*

a) $\frac{1}{8}$ b) $\frac{1}{4}$ c) $\frac{1}{2}$ d) $\frac{1}{2}$

2 *Vokabeln gelernt?*

Mögliche Erklärungen sind z.B.:
Zufallsexperiment: Experiment, dessen mögliche Ergebnisse auftreten können.
Ergebnismenge: Alle möglichen Ergebnisse eines Zufallsexperiments.
Ereignis: Eine Zusammenfassung bestimmter Ergebnisse.
Wahrscheinlichkeit: Eine Zahl zwischen 0 und 1 bzw. 0 % und 100 %. Sie gibt an, wie wahrscheinlich ein Ergebnis oder Ereignis sein kann.
Laplace-Experiment: Ein Zufallsexperiment, bei dem alle Ergebnisse gleichwahrscheinlich sind.
Gegenereignis: Alle Ergebnisse, die nicht zu einem Ereignis gehören.

3 *Spielkarten*

a) p(„Kreuz 7“) = $\frac{1}{32}$ p(„Pik“) = $\frac{1}{4}$ p(„König“) = $\frac{1}{8}$ p(„rote Karte“) = $\frac{1}{2}$ p(„Herz 6“) = 0
b) p(„keine Kreuz 7“) = $\frac{31}{32}$ p(„keine 2“) = $\frac{28}{32} = \frac{7}{8}$
c) Bei 40 Versuchen ist die erwartete Anzahl für „Bube“: $40 \cdot \frac{1}{8} = 5$
Bei 40 Versuchen ist die erwartete Anzahl für „Herz Ass“: $40 \cdot \frac{1}{32} = 1{,}25$

4 *Wie findet man die Wahrscheinlichkeit?*

a) Der Legostein hat keine gleichgroßen Seitenflächen. Außerdem ist eine der vier großen Seitenflächen genoppt. Beim Würfel sind alle sechs Seitenflächen gleichgroß und gleichglatt.
b) Einen Schätzwert für die Wahrscheinlichkeit einer „Sechs“ ermittelt man mit der relativen Häufigkeit der „Sechs“ bei z. B. 30 Würfen.
c) Um einen guten Schätzwert für die Wahrscheinlichkeit einer „Sechs“ zu ermitteln, führt man das Zufallsexperiment z. B. 100-mal oder mehr durch.

65 **5** *Empirische Wahrscheinlichkeit, theoretische Wahrscheinlichkeit*

a) Die empirische Wahrscheinlichkeit bestimmt man mit der relativen Häufigkeit.
b) Die theoretische Wahrscheinlichkeit bestimmt man mit dem Quotienten aus der Anzahl der günstigen Ergebnisse durch die Anzahl der möglichen Ergebnisse, falls alle Ergebnisse gleichwahrscheinlich sind.

Die theoretische Wahrscheinlichkeit kann man beim Werfen einer Reißzwecke nicht bestimmen, aber durchaus ihren Schätzwert mit der empirischen. Bei einer Wurfscheibe ist die Bestimmung der empirischen Wahrscheinlichkeiten der einzelnen Felder unmöglich (oder nur sehr aufwändig möglich).

6 *Zwei Münzen*

a) p(„genau einmal Zahl“) = $\frac{28}{60}$
b) p(„genau einmal Zahl“) = $\frac{1}{2}$
c) In Teilaufgabe a) handelt es sich um die relative Häufigkeit, die bei mehrfachen Versuchen eines Zufallsexperimentes berechnet werden kann. Diese gibt im Gegenteil zu b), in der die theoretische Wahrscheinlichkeit berechnet wird, nur einen Schätzwert für die Wahrscheinlichkeit, mit der das jeweilige Ergebnis eintritt, an.

7 *Klassenarbeitsergebnis in der 7a*

a) $\frac{6}{31}$ b) $\frac{16}{31}$ c) $\frac{27}{31}$ d) $\frac{25}{31}$ e) 0 f) 0

Lösungen zu Kapitel 3

110 **1** *Graphen beschreiben*

a) Der Graph fällt zuerst langsam, dann schneller, dann wieder langsamer werdend bis zu einem kleinsten Wert, von dem er zuerst langsam, dann wieder schneller steigt und dabei den Anfangswert übertrifft.
b) Waagerecht im Koordinatenschnittpunkt beginnend, steigt der Graph erst langsam an, wird dann immer steiler, bis er etwa gleichweit von den Koordinatenachsen entfernt ist, um dort in eine waagerechte Linie abzuknicken.
c) Der Graph beginnt sehr steil im Koordinatenursprung, er wird allmählich weniger steil und flacht dann langsam ab in eine waagerechte Linie.

2 *Tabelle – Graph – Term*

(1) + d) + (d); (2) + a) + (a); (3) + b) + (c); (4) + c) + (b)

3 *Rechenvorschriften*

a) $y = 4x$

–2	–8
–1	–4
0	0
1	4
2	8

b) $y = \frac{4}{x}$

–2	–2
–1	–4
0	n. def.
1	4
2	2

c) $y = x - 4$

–2	–6
–1	–5
0	–4
1	–3
2	–2

d) $y = \frac{x}{4}$

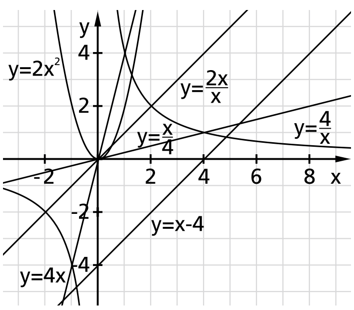
–2	–0,5
–1	–0,25
0	0
1	0,25
2	0,5

e) $y = 2x^2$

–2	8
–1	2
0	0
1	2
2	8

f) $y = \frac{2x}{2} = x$

–2	–2
–1	–1
0	0
1	1
2	2



Die Rechenvorschriften a), d) und f) gehören zu proportionalen Zuordnungen, ihre Graphen sind Ursprungsgeraden.
Die Rechenvorschrift b) gehört zu einer antiproportionalen Zuordnung, ihr Graph ist eine Hyperbel.

4 *Zuordnungsvorschriften finden*

a) $y = 3x$ b) $y = \frac{2}{x}$ c) $y = 1{,}5x$ d) $y = \frac{12}{x}$

5 *Variable Umfänge*

a) (1) $U = 5 + 2x + 2y$ (2) $U = 12 + x + y$
b) (1) $U = 31$ (2) $U = 25$
c) Mit $y = 2x$ ist (1) $U = 5 + 6x$ (2) $U = 12 + 3x$

111

6 *Füllkurven*

(1) + c) Die Höhe des Wasserstandes steigt im Zylinder linear mit der Zeit an.

(2) + d) Die Höhe des Wasserstandes steigt im unteren breiten Gefäßteil langsamer linear mit der Zeit an als im oberen engen Teil.

(3) + b) Die Höhe des Wasserstands steigt wegen des zunehmenden Durchmessers des Gefäßes zuerst schneller und dann kontinuierlich langsamer an.

(4) + a) Die Höhe des Wasserstands steigt wegen des abnehmenden Durchmessers des Gefäßes zuerst langsam und dann kontinuierlich schneller an, bis sie dann im oberen Teil des Gefäßes linear mit der Zeit ansteigt.

7 *Wahr oder falsch?*

(1) Falsch. Eine Schwingung hat z. B. unendlich viele Hochpunkte.
(2) Falsch. „Je mehr, desto mehr“ – Zuordnungen können auch nichtlinear verlaufen.
(3) Richtig. Eine proportionale Zuordnung ist immer eine „Je mehr, desto mehr“ – Zuordnung.
(4) Falsch. Die Aussage ist nur dann richtig, wenn $x > 0$ und $y > 0$ sind.
(5) Falsch. Die Kantenlänge nimmt mit der Wurzel aus dem Flächeninhalt des Quadrates zu.
(6) Richtig. Der Graph einer antiproportionalen Zuordnung ist immer eine Hyperbel.

8 *Warum-Fragen*

a) Solange die Flüssigkeit in ein Gefäß fließt, kann die Füllkurve nicht fallen.
b) Das Wachstum ist bei jedem Tier begrenzt, deswegen kann es nicht proportional zur Zeit sein.
c) Nur bei Ursprungsgeraden ist das Kriterium der Quotientengleichheit erfüllt.
d) Das Kriterium der Produktgleichheit für antiproportionale Zuordnungen lässt einen Faktor Null nicht zu. Bei Sachaufgaben ist für $x = 0$ kein Sachbezug vorhanden.

9 *Begriffe, Begriffe, Begriffe*

Die Gleichung $y = 3x$ beschreibt eine „je mehr, desto mehr“ – Zuordnung, für das Wertepaar (y, x) gilt die Quotientengleichheit, und der Faktor 3 ist der Proportionalitätsfaktor.
Die Gleichung $y = \frac{6}{x}$ beschreibt eine „je mehr, desto weniger“ – Zuordnung, für das Wertepaar (y, x) gilt die Produktgleichheit, und die Zahl 6 ist die Gesamtgröße.

10 *Terme finden*

a) $x \to 2x + 1$
b) $x \to 2(x + 1)$
c) Fahrtkosten = $\left(\frac{1{,}50\,€}{\text{km}}\right) \cdot x\,\text{km} + 3\,€$
d) Wenn x die Breite des Rechtecks ist, dann ist x + 2 die Länge des Rechtecks. Mit $x \to x \cdot 2x = 2x^2$ ($x \to 2x + 2 \cdot 2x = 6x$) wird der Breite der Flächeninhalt (der Umfang) des Rechtecks zugeordnet.

112

11 *Beim Kinderarzt*

a) Die Graphen bewerten das gemessene Körpergewicht der Kinder in Abhängigkeit von ihrer Körpergröße: Liegt das Körpergewicht über der oberen Kurve, so ist das Kind „auffällig schwer“, liegt es unter der unteren Kurve, so ist es „auffällig leicht“.
b) Die Untersuchungsdaten von Christoph

Alter (in Monaten)	3	7	12	24
Körpergewicht (in kg)	6	9	11	13

c) Ankes Gewicht liegt gerade noch unter der Kurve „auffällig schwer“.
Beates Gewicht ist „auffällig leicht“.
Claus’ Gewicht ist „auffällig schwer“.
Monikas Gewicht ist „auffällig leicht“.
Julians Gewicht liegt im normalen Bereich.

12 *Grafischer Fahrplan*

Der Zug fährt um 9.00 Uhr von Anstadt los und erreicht nach 15 km um 9.20 Uhr Kremdorf, wo er 15 Minuten hält. Dann fährt er in 10 Minuten zum 15 km entfernten Baumhausen. Nach 10 Minuten fährt er ab zum 15 km entfernten Radstadt, wo er um 10.10 Uhr ankommt.

13 *Ein Kran*

a) Die vom Kran noch sicher tragbare Last in Abhängigkeit von der Länge des Auslegers

Auslegerlänge (in m)	10	20	25	32
Sicher noch tragbare Last (in kg)	3200	1600	1280	1000

b) Der Graph, auf dem die Wertepaare liegen, ist eine Hyperbel. Es handelt sich also um eine antiproportionale Zuordnung.

113 **14** *Der Goldpreis*

a) Mit dem Taschenrechner wurde das Verhältnis von Goldmasse/Goldpreis berechnet, hier also $\frac{5}{269{,}02}$ = rd. 0,0186 $\frac{\text{g}}{€}$.
Für 1 € bekommt man also 0,0186 g Gold.

b) Für 1000 € (3000 €, 450 €) bekommt man 1000 · 0,0186 = 18,6 g (55,8 g, 8,4 g) Gold.

c) Ein Goldbarren mit einem Gewicht von 500 g kostet das 100-fache des 5 g – Goldstücks aus a), also rd. 26 900 €.

d) Aus a) folgt, dass der Materialwert von 1 g Gold 269,02 : 5 = 53,80 € ist. De Materialwert von einer Münze mit 11,230 g (25,760 g) ist dann 11,230 · 53,80 = 595,19 € (1385,89 €).
Goldmünzen sind im Verkauf teurer, weil sie wegen ihrer Verwendbarkeit als Zahlungsmittel etwas begehrter sind als schlichte Goldstücke.

15 *Meteoriten 1*

a) Um eine Regel für die Entstehung der Werte in der 2. Spalte zu gewinnen, ergänzen wir die Tabelle zuerst um eine 4. Spalte, in der wir die Differenzen der Werte der 3. Spalte eintragen. Wir erkennen, dass die Differenz stets 900 ist. Wir setzen 900 nun in alle Felder der 4. Spalte ein, wodurch wir in der Lage sind, die noch freien drei Felder der 3. Spalte zu berechnen. Jetzt können wir die letzten drei Felder n der 2. Spalte berechnen.

b) T(10) = 45 000 °C T(11) = 54 450 °C T(12) = 64 800 °C
Das sind die höchsten Temperaturen für verglühende Meteoriten, die mit der Geschwindigkeit v in die Erdatmosphäre eintreten.

5	11 250	4950	
6	16 200	5850	***900***
7	22 050	***6750***	***900***
8	28 800	***7650***	***900***
9	36 450	***8550***	***900***
10	***45 000***	***9450***	***900***
11	***54 450***	***10 350***	***900***
12	***64 800***		

Spalte (1) Geschwindigkeit v (in Meilen/Sekunde)
Spalte (2) Höchste Temperatur T (in °Celsius)
Spalte (3) Differenz der Temperaturen in Spalte (2)
Spalte (4) Differenz der Temperaturen in Spalte (3)

16 *Meteoriten 2*

Mit $\frac{\text{Gewicht}}{\text{Volumen}}$ errechnen wir das spezifische Gewicht des Meteoriten → ca. 7,6 $\frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$.
Für ein Volumen von 1 m³ = 1 000 000 cm³ (bzw. 27 m³ = 27 000 000 cm³) ergibt das nun 7 600 000 g = 7,6 Tonnen (bzw. 205 Tonnen) als ursprüngliches Gewicht des Meteoriten.

17 *Mit Lichtgeschwindigkeit unterwegs*

Licht benötigt für die 150 000 000 km der Strecke Sonne – Erde 500 Sekunden, was 300 000 km pro Sekunde bedeutet. Wir teilen nun die 38 000 000 km Entfernung Erde – Sonne durch $\frac{300\,000\text{ km}}{\text{Sekunde}}$ und erhalten rd. 126,7 Sekunden ≈ 2,1 Minuten als Laufzeit für das Licht bzw. für Funksignale zwischen den beiden Planeten.

18 *Treppenstufen laufen*

Pro Stufe benötigt Peter durchschnittlich 32 : 52 ≈ 0,615 ≈ 0,62 Sekunden.

a) Multipliziert mit der Zahl 776 ergibt 481 Sekunden ≈ rd. 8 Minuten, die Peter braucht, um den Donauturm zu erklimmen, vorausgesetzt, er klettert die ganze Zeit mit konstanter Geschwindigkeit, was aber bezweifelt werden darf.

b) Rein rechnerisch würde Peter 0,62 · 4000 = 2480 Sekunden ≈ 41 Minuten benötigen, um die Alpentreppe zu bewältigen, also müsste er rund eine $\frac{3}{4}$ Stunde lang die gleiche Leistung wie beim Hochlaufen der Schultreppe aufbringen, was aber wohl sehr unrealistisch ist.

Lösungen zu Kapitel 4

140 **1** *Einfache Brüche und Prozente*

a) Die folgenden Brüche als Prozente angeben

$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{20}$	$\frac{1}{100}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{2}{5}$	$\frac{23}{100}$
50 %	33,3 %	25 %	20 %	12,5 %	10 %	5 %	1 %	75 %	40 %	23 %

b) Die folgenden Prozentangaben als Brüche angeben

50 %	25 %	75 %	10 %	1 %	20 %	40 %	15 %	10 %	100 %	150 %
$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{100}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{2}{5}$	$\frac{3}{20}$	$\frac{1}{10}$	1	$\frac{3}{2}$

2 *Anteile in Prozent*

a) 25 % b) 33,3 % c) 5 % d) 2 % e) 0,5 %

140

3 *Nochmals Anteile in Prozent*

a) Nein, es sind genau 48 %.

b) Der Anteil der Wasseroberfläche an der Erdoberfläche beträgt p % = $\frac{360\,570\,000 \cdot 100}{510\,000\,000}$ = 70,7 %.

4 *Kino*

a) Der Eintritt kostet am Abend $\frac{6{,}75 \cdot 100}{75}$ = 9 Euro.

b) Der Eintrittspreis für Kinder beträgt am Nachmittag $\frac{6{,}75 \cdot 80}{100}$ = 5,40 € und am Abend $\frac{9 \cdot 80}{100}$ = 7,20 €.

5 *Was ist drin?*

Aus dem abgedruckten Streifendiagramm wird ermittelt:
Anteil der Rosinen: 5,1 cm von 12,5 cm ≙ 40,8 %
Anteil der Erdnüsse: 3,1 cm von 12,5 cm ≙ 24,8 %
Anteil der Cashewnüsse: 1,6 cm von 12,5 cm ≙ 12,8 %
Anteil der Mandeln: 2,7 cm von 12,5 cm ≙ 21,6 %
Zur Probe: Die Summe der vier Prozentzahlen ergibt 100 %.

6 *Prozentsatz – Prozentwert – Grundwert*

Prozentsatz p %	***12***	17	22	***400***	175
Prozentwert W	36	***68***	110	400	***735***
Grundwert G	300	400	***500***	100	420

7 *Reifenkauf*

a) Die vier Reifen kosten ohne Mehrwertsteuer 440,00 €, dazu kommen 83,60 € für die 19 % Mehrwertsteuer. Der Gesamtpreis beträgt also 523,60 €. Hierauf erhält die Kundin einen Rabatt von 2 %, was einen Betrag von 10,47 € ausmacht, so dass die Kundin 513,13 € an der Kasse bezahlt.

b) Weil der Skontoabzug von Endpreis inklusive Mehrwertsteuer erfolgen und nicht zur Verminderung der Mehrwertsteuer dienen soll.

141

8 *Zinsrechnung ist nichts anderes als Prozentrechnung*

Zinssatz	2,5 %	***1,5 %***	11 %
Kapital	4500 €	3200 €	***890 €***
Zinsen	***112,50 €***	48 €	97,90 €

Textaufgabe zur 1. Spalte

Frau Meier hat am 1. Januar auf einem Sparbuch 4500 € angelegt und erhält dafür 2,5 % p. a. Zinsen. Wie hoch ist die Zinsgutschrift am Jahresende?

Textaufgabe zur 2. Spalte

Herr Schmitt hat gerade im Radio gehört, dass die Inflationsrate zur Zeit 1,5 % p. a. beträgt. Er will wissen, wie viel seine 3200 €, die bei ihm zu Hause liegen, in einem Jahr an Wert verlieren.

Textaufgabe zur 3. Spalte

Frau Schultze hat ihr Konto mit 890 € überzogen und soll dafür 11 % p. a. an Zinsen bezahlen. Wie viel € kostet der Kredit in einem Jahr?

9 *Textaufgabe erfinden*

a) Der Nettopreis einer kleinen Stereoanlage beträgt 245 €. Wie hoch ist ihr Bruttopreis?

b) Ein Käufer bezahlt für einen Gebrauchtwagen 4500 €. Er hat in der Verhandlung mit dem Verkäufer einen Nachlass von 10 % erzielt. Wie hoch war die ursprüngliche Forderung des Verkäufers?

10 *Der „Dicke Pitter"*

Menge an Kupfer: 78 % von 24 000 kg = 18 720 kg
Menge an Zinn: 22 % von 24 000 kg = 5280 kg

11 *Genau lesen*

Der Umsatz beträgt in diesem Jahr 103,5 % des Vorjahresumsatzes. 22,5 Mio. € : 1,035 = 21,74 Mio. €. Der Umsatzzuwachs ist 0,76 Mio. €.

12 *Bestandserhaltung*

Es dürfen 87,5 m^3 Holz im Jahr geschlagen werden.

13 *Aufgepasst bei Preissenkungen*

a) Der Preis ist um 0,35 € gesunken, was einer Preissenkung von 6,6 % entspricht.

b) Das Waschmittel kostete ursprünglich 5,30 : 1,5 = 3,53 €/Liter, jetzt kostet es 3,81 €/Liter. In Wahrheit ist der Literpreis für das Waschmittel um 0,28 €/Liter gestiegen, was eine Preissteigerung von 5,3 % ist.

141 **14** *Steigung*

a) Der Höhenunterschied beträgt 5,9 % von 32 000 m = 1888 m.

b) Wichtiger sind für beide Personengruppen Angaben zur maximalen Steigung, um abzuschätzen, ob die Strecke überhaupt mit dem Fahrrad bzw. mit dem Auto zu bewältigen ist.

15 *Schnellrechnen*

a) (1) Die 72 Mio. km² sind der Prozentwert W für 20 % auf den gesuchten Grundwert G.

(2) Der Grundwert G wird berechnet mit $G = \frac{W \cdot 100}{p\,\%} = \frac{72\text{ Mio. km}^2 \cdot 100}{20} = 72\text{ Mio. km}^2 : 0{,}2 = 360\text{ Mio. km}^2$

b) (1) Das Auto kostet nach einer Preiserhöhung von 3,5 % auf den Grundpreis G jetzt 22 300 €, was 103,5 % entspricht.

(2) Der Grundwert G wird berechnet mit $G = \frac{W \cdot 100}{p\,\%} = \frac{22\,300 \cdot 100}{103{,}5} = 21\,546$ €.

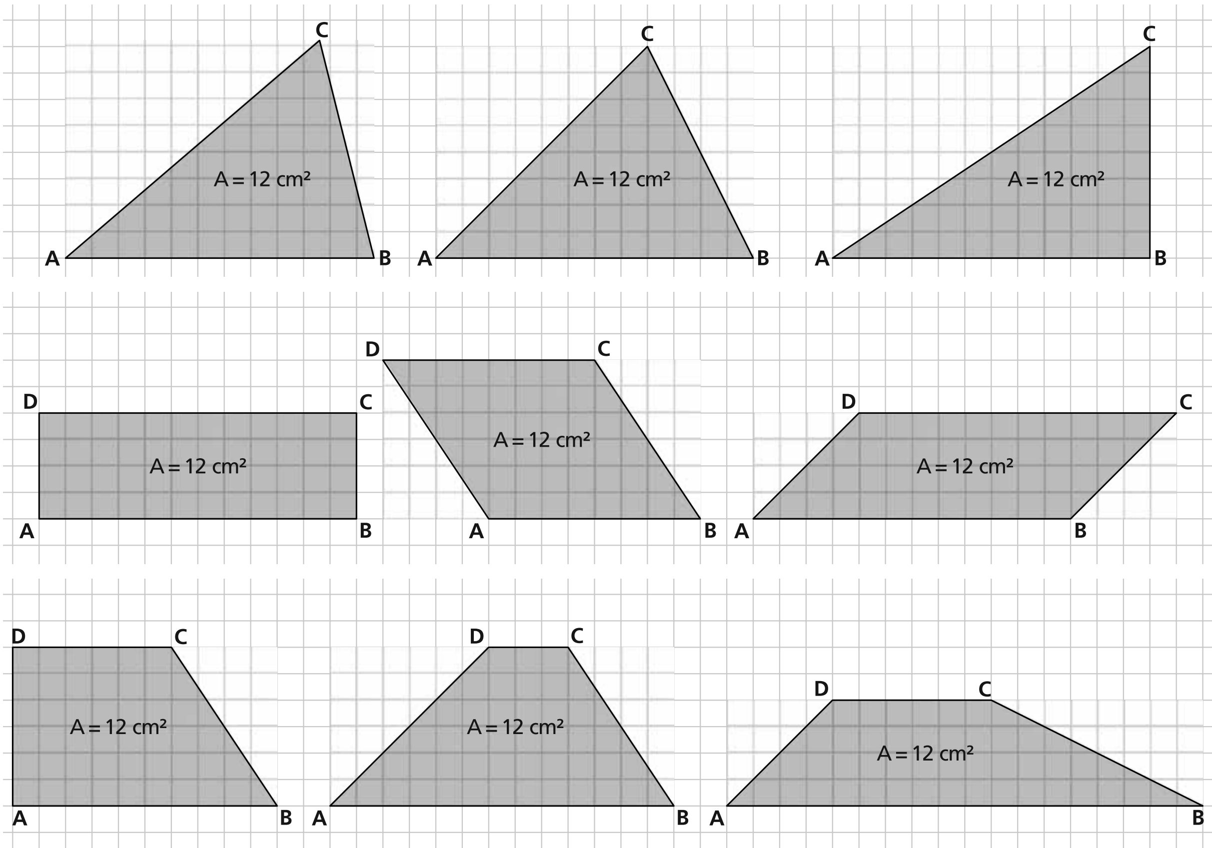
c) Nach der Preiserhöhung kostet das Auto $\frac{18\,500 \cdot 102{,}8}{100} = 19\,018$ €.

Lösungen zu Kapitel 5

179 **1** *Zerlegen und Ergänzen*

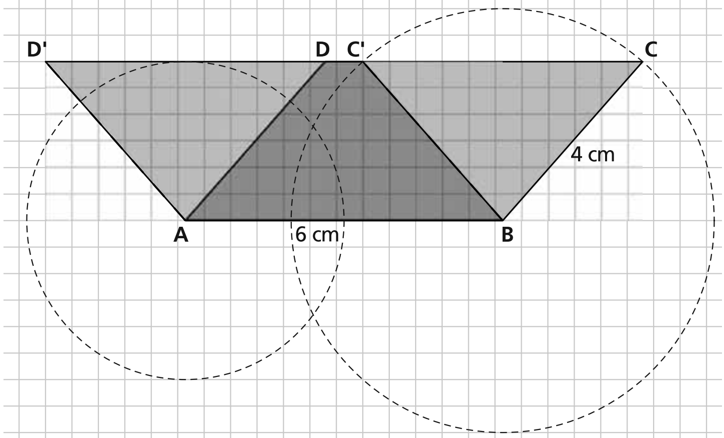
a) 10,5 cm² b) 7,5 cm² c) 15 cm² d) 6 cm²

2 *Dreieck, Parallelogramm, Trapez*



3 *Parallelogramm konstruieren*

a)



179 **3** *Parallelogramm konstruieren* (Fortsetzung)

Man zeichnet zuerst eine Strecke $\overline{AB}$ mit einer Länge von 6 cm. Nun wird eine Parallele zu $\overline{AB}$ mit einem Abstand von 3 cm gezeichnet. Um Punkt A wird nun ein Kreis mit dem Radius 4 cm gezeichnet. Die Schnittpunkte des Kreisbogens und der Parallelen sind mögliche Eckpunkte C oder C′ des Parallelogramms. Man zeichnet nun die Strecke $\overline{BC}$ und konstruiert eine Parallele durch den Punkt A, die die erste Parallele im Punkt D schneidet.

b) Es gibt mehrere Möglichkeiten, das Parallelogramm zu konstruieren, da man die Konstruktion mit verschiedenen Seiten beginnen kann und in diesem Fall auch mehrere Schnittpunkte entstehen, wenn Kreise Geraden (Parallelen) schneiden.

4 *Flächeninhalt von Dreiecken*

① $2{,}5\,cm^2$ ② $3\,cm^2$ ③ $3\,cm^2$ ④ $1{,}5\,cm^2$

5 *Auf Karopapier*

a) $A = 5\,cm^2$; $U = 6\,cm + 2 \cdot 2{,}2\,cm = 10{,}4\,cm$
b) $A = 6{,}75\,cm^2$; $U = 9{,}5\,cm + 1{,}1\,cm = 10{,}6\,cm$
c) $A = 11\,cm^2$; $U = 10\,cm + 2 \cdot 1{,}8\,cm + 4 \cdot 1{,}1\,cm = 18\,cm$
d) $A = 8{,}5\,cm^2$; $U = 2\,cm + 3{,}9\,cm + 2 \cdot 2{,}8\,cm + 1{,}8\,cm = 13{,}3\,cm$

6 *Fehlende Größen bestimmen*

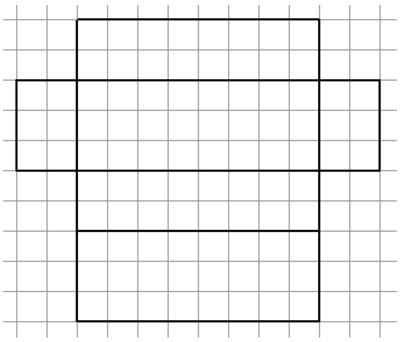
a) 9 cm
b) $A = \frac{a+c}{2} \cdot h_a = \frac{9{,}3\,cm + 11{,}4\,cm}{2} \cdot 5{,}2\,cm = 53{,}82\,cm^2$; $U = 32{,}4\,cm$
c) $A = 21\,cm^2 = \frac{a \cdot h_a}{2} = \frac{a \cdot 6\,cm}{2}$ $a = \frac{21\,cm^2}{3\,cm} = 7\,cm$; $U = 3 \cdot a = 3 \cdot 7\,cm = 21\,cm$

180 **7** *Schachteln*

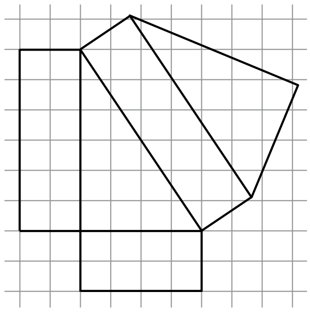
a) O = 62 cm² b) O = 122 cm² c) O = 48 cm²

8 *Volumen und Oberfläche*

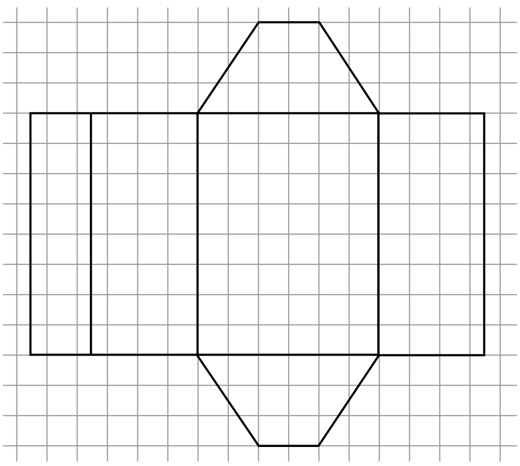
a) Quader oder Vierecksprisma mit rechteckiger Grundfläche: V = 72 cm³



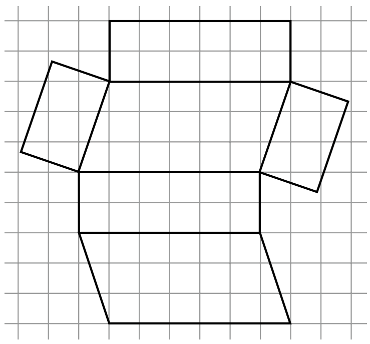
b) Dreiecksprisma mit einem rechtwinkligen Dreieck als Grundfläche: V = 24 cm³



c) Vierecksprisma mit trapezförmiger Grundfläche: V = 108 cm³



d) Vierecksprisma mit parallelogrammförmiger Grundfläche: V = 80 cm³

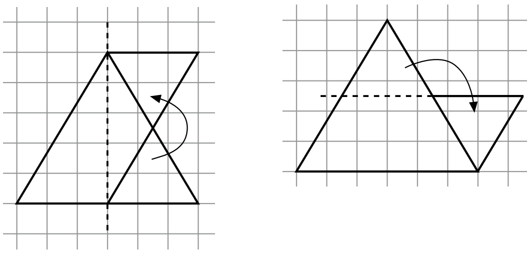


Ordnung nach der Größe des Volumens vom größten zum kleinsten Volumen: c); d); a); b)

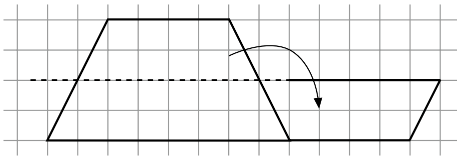
180 **9** *Flächenzerlegung*

a) Siehe Basiswissen auf Seite 146

b)



c)



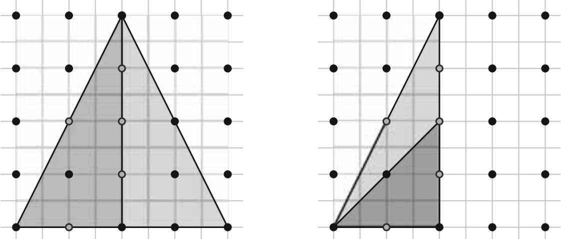
10 *Flächenzusammenlegung*

a) gleichschenkliges Dreieck, Quadrat, Parallelogramm

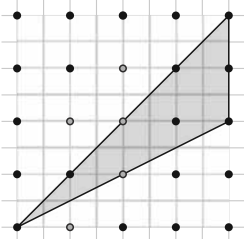
b) Quadrat, Rechteck, Raute, Parallelogramm, Trapez, gleichschenkliges Dreieck

181 **11** *Geobrett*

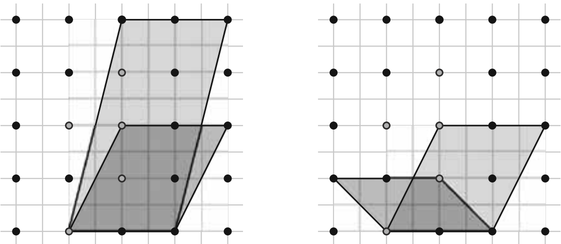
a)



b)



c)



12 *Flächenvergleich*

Der Flächeninhalt eines der eingefärbten Dreiecke beträgt genau ein Viertel des gesamten Flächeninhalts. Da das gefärbte Dreieck durch zweimaliges Falten entsteht, bei dem die Fläche jeweils halbiert wird, muss ein Teildreieck dann ein Viertel des Gesamtflächeninhalts haben.

13 *Figuren falten*

a) ① Gleichseitiges Dreieck ② Trapez ③ Raute ④ Trapez ⑤ Parallelogramm ⑥ Drachen

b) Die aufgeklappten Figuren sind jeweils doppelt so groß wie die Ausgangsfigur.

14 *Sechseck*

① Das Sechseck wird in sechs Dreiecke zerlegt, von denen jedes eine 2 cm lange Grundseite und eine 1,7 cm lange Höhe hat.

② Das Sechseck kann in drei Parallelogramme zerlegt werden, die wiederum eine Höhe von 1,7 cm und eine Grundseite von 2 cm haben.

③ Das Sechseck kann auch in zwei flächengleiche Trapeze zerlegt werden. Die beiden zueinander parallel liegenden Seiten haben eine Länge von 2 cm und 4 cm und einen Abstand von 1,7 cm.

15 *Formel erstellen*

a) Parallelogramm: A = Grundseite · Höhe = 4 cm · 2 cm = 8 cm^2;

Dreieck: $A = \frac{\text{Grundseite} \cdot \text{Höhe}}{2} = \frac{4\,\text{cm} \cdot 2\,\text{cm}}{2} = 4\,\text{cm}^2$

Trapez: $A = \left(\frac{\text{Summe der parallelen Seiten}}{2}\right) \cdot \text{Höhe} = \left(\frac{4\,\text{cm} + 1\,\text{cm}}{2}\right) \cdot 2\,\text{cm} = 5\,\text{cm}^2$

b) Schüleraktivität.

c) Nein. (Siehe Aufgabe 2 auf Seite 179)

182 **16** *Seitenverdopplung*

a) Der Umfang wird doppelt so groß.

b) Der Flächeninhalt wird viermal so groß.

182 **17** *Gerechtigkeit beim Erben*

a) Es liegt eine gerechte Aufteilung vor, denn beide Töchter bekommen jeweils die Hälfte des Grundstücks. Begründung: Zieht man eine Parallele durch den Fußpunkt des Stabes zu den Seiten des Rechtecks, wird es in vier Teilrechtecke zerlegt. Jedes Teilrechteck wird durch die rote Diagonale in zwei Hälften zerlegt. Damit bekommt jede Tochter von den vier Teilrechtecken genau eine Hälfte.

b) Liegt der Stab auf dem Rand des Rechtecks, ist die Aufteilung immer noch gerecht. Eine der beiden Töchter bekommt aber ein zusammenhängendes Grundstück, die andere zwei Teilgrundstücke. Befindet sich der Stab in einer Ecke, wird das Grundstück in zwei gleichgroße rechtwinklige Dreiecke zerlegt.

18 *Zwei Körper*

Volumen des Quaders: 60 cm³; Volumen des Würfels: 64 cm³
Oberfläche des Quaders: 112 cm²; Oberfläche des Würfels: 96 cm²
Vermutung: Unter allen Quadern hat der Würfel das größte Volumen und den kleinsten Oberflächeninhalt.

19 *Prismen*

a) Dreiecksprisma mit gleichschenkligem Dreieck als Grundfläche.
b) Kein Prisma, weil die Seitenkanten nicht senkrecht auf der Grundfläche stehen.
c) Dreiecksprisma mit rechtwinkligem Dreieck als Grundfläche.
d) Fünfeckprisma mit achsensymmetrischen Fünfeck als Grundfläche (Fünfeck setzt sich aus einem gleichschenkligen Trapez und einem gleichschenkligen Dreieck zusammen)

20 *Regelmäßiges fünfeckiges Prisma*

a) Schüleraktivität
b) Man zeichnet z. B. eine Strecke zwischen zwei gegenüberliegenden Eckpunkten. Das Fünfeck wird somit in ein Dreieck und ein Trapez zerlegt. Man misst die Länge der Strecke und die jeweilige Höhe, die senkrecht auf der Strecke steht. Länge der Strecke: 4,9 cm; Länge der Dreieckshöhe: 1,7 cm; Länge der Trapezhöhe: 2,7 cm; Flächeninhalt des Fünfecks: 14,83 cm²; Oberfläche des Prismas: 104,66 cm²; Volumen des Prismas: 74,15 cm³.

183 **21** *Wohnzimmer*

a) Das Wohnzimmer hat eine Fläche von 48 m². Es werden also Marmorplatten für 48 m² benötigt.
b) Damit das Wohnzimmer komplett mit Marmorfußboden ausgelegt werden kann, werden weitere 8 m² des Fußbodens benötigt.

22 *Tischplatten – Trapez und regelmäßiges Sechseck*

a) 0,84 m²   b) 2,44 m²

23 *Gebietsneuordnung*

a) Freizeit: + 7500 m²; Naturschutz: + 50 000 m²; Landwirtschaft: – 35 625 m²; Gewerbe: – 21 875 m²
b) Landwirtschaft: 1378,13 €; Gewerbe: 5009,38 €; Freizeit: 2362,5 €; Naturschutz: 5250 €

24 *Gewächshaus*

a) 61,10 m² Glas
b) Volumen: 45,75 m³

Lösungen zu Kapitel 6

210 **1** *Kongruente Dreiecke*

Rechteck: Z.B. ABC ist kongruent zu BCD nach dem Kongruenzsatz SSS
Quadrat: Z.B. ABM ist kongruent zu BCM nach dem Kongruenzsatz WSW
Dreieck: Z.B. AM_bM_c ist kongruent zu $M_aM_bM_c$ nach dem Kongruenzsatz SSS

2 *Dreiecke konstruieren*

a) $\alpha = 95°$; $\beta = 53°$; $\gamma = 32°$ b) $\gamma = 60°$; a = 7,1 cm; b = 8,7 cm
c) Keine eindeutige Konstruktion möglich, weil die Voraussetzung für den Kongruenzsatz SsW nicht erfüllt sind.
1. Dreieck: $\beta_1 = 68°$; $\gamma_1 = 67°$; $b_1 = 8{,}5$ cm.
2. Dreieck: $\beta_2 = 23°$; $\gamma_2 = 112°$; $b_2 = 3{,}5$ cm
d) $\alpha = 82°$; $\gamma = 38°$; b = 7 cm
e) Keine eindeutige Konstruktion möglich, weil man ein Dreieck mit den gegebenen drei Winkelgrößen beliebig skalieren kann.
f) $\alpha = 116°$; $\beta = 24°$; a = 11,1 cm

210 **3** *Diagonale*
Mit dem Kongruenzsatz SWS lässt sich ein geeignetes Dreieck konstruieren, dessen dritte Seite 7,8 cm lang ist. Dies ist auch die Länge der Diagonale im Parallelogramm.

4 *Besondere Dreiecke*
a) b = 2,4 cm; c = 4,3 cm; $\beta = 35°$; $\alpha = 55°$
b) a = b = c = 4,6 cm; $\alpha = \beta = \gamma = 60°$

5 *Länge der dritten Seite*
Die Länge der dritten Seiten muss kleiner als 6 + 8 = 14 cm sein (Dreiecksungleichung)

6 *Wer hat Recht?*
1) Nein. Die Dreiecksungleichung ist nicht erfüllt.
2) Ja. Über den Winkelsummensatz beträgt $\alpha = 55°$. Zusammen mit den Längen von b und c ist der Kongruenzsatz SWS erfüllt.
3) Nein. Zwei Dreiecke mit den gegebenen drei Winkelgrößen können, müssen aber nicht kongruent sein (vgl. A. 2e)

7 *Wahr oder falsch?*
a) falsch b) falsch c) wahr d) falsch

211 **8** *Dachgiebel*
Der Giebel ist 3,4 m hoch.

9 *Seebreite*
a) Vom Punkt C wird zunächst die Größe des Sehwinkels (Winkel zwischen den Ufern des Sees) bestimmt.Danach werden die Längen der Strecken $\overline{CB}$ und $\overline{CA}$ bestimmt (z. B. durch Abschreiten). Mit diesen Größen kann nach dem Kongruenzsatz SWS eindeutig ein maßstäbliches Dreieck konstruiert werden. In diesem Dreieck wird die Strecke $\overline{AB}$ gemessen und gemäß Maßstab umgerechnet.
b) Der See ist 66 m breit.

10 *Straßentunnel*
Der Tunnel ist 10,2 km lang.

11 *Reinigung der Dachrinne*
Die 5 m lange Leiter würde gerade an die Dachrinne reichen. Um einen sicheren Stand zu garantieren, sollte sie 5,50 m lang sein.

12 *Flughafentower*
Der Tower ist ca. 25 m hoch (23,30 m + Höhe der Augen über dem Boden).

13 *Heißluftballon*
Die Insel Föhr ist 12,3 km lang.